

## Muss man Entdeckungen an mathematischen Mustern beweisen?

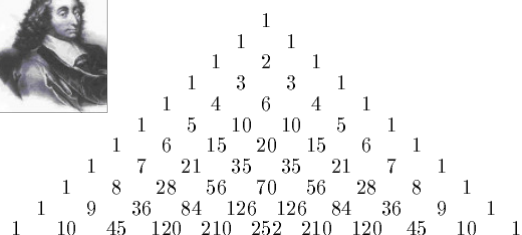
Renate Motzer, Augsburg

An Zahlenmustern können Grundschüler viel entdecken. Aber können Sie auch entdecken, warum bestimmte Zusammenhänge bestehen und ob das, was sie beobachtet haben, verallgemeinert werden könnte?

Welche Art von Begründungen sind begabten Grundschulkindern zugänglich?

Besitzen sie schon ein Beweisbedürfnis oder kann man zumindest eine Entwicklung in diese Richtung anstoßen?

### Beispiel: Lernumgebung - Pascalsches Dreieck



## Schöne Entdeckungen

Kinder entdecken das Bildungsgesetz.

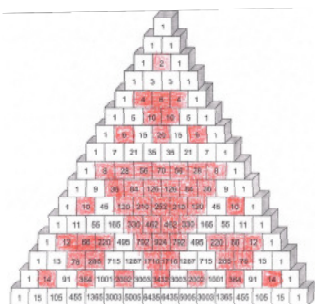
Sie entdecken oft auch die Symmetrie, die sich aus dem Bildungsgesetz begründen lässt.

Sie entdecken auch, dass sich die Summe der Zahlen in den Zeilen immer verdoppelt.

Doch warum ist das so?

Und warum gibt es „auf dem Kopf stehende“ Dreiecke, wenn man alle geraden Zahlen /alle Vielfache von 3 / von 5 / von ... einzeichnet?

## Wo stehen gerade Zahlen?



## Beispiel: Die Fibonacci-Zahlen

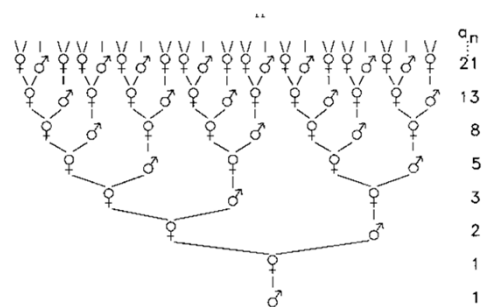
- Die Fibonacci-Zahlen sind eine bekannte Zahlenfolge:

1,1,2,3,5,8,13,21,34,55...

- Es gilt:  $f(n+1) = f(n-1) + f(n)$   
Die nächste Zahl ergibt sich als Summe der beiden vorhergehenden Zahlen.

- Bsp.: Stammbaum einer männlichen Biene:  
eine männl. Biene hat „nur“ eine Mutter (Königin)  
eine Königin hat Mutter und Vater
- Warum treten hier die Fibonacci –Zahlen auf?

## Stammbaum einer männlichen Biene



Ein Briefträger muss zu einem Haus 6 Stufen hochgehen. Die erste Stufe nimmt er auf jeden Fall, danach kann er entweder eine oder zwei Stufen auf einmal gehen. Auf wie viele Arten kann er an der Haustür ankommen?

Wie viele Möglichkeiten gibt es bei 3,4,5 und 7 Stufen?

- 1 Stufe : 1 : 1 Möglichkeit
- 2 Stufen: 1-1 : 1 Möglichkeit
- 3 Stufen: 1-1-1 oder 1-2: 2 Möglichkeiten
- 4 Stufen:
- 5 Stufen:
- 6 Stufen:
- 7 Stufen:

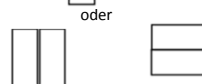
Jemand will einen Weg der Breite 2 mit Rechtecksteinen auslegen. Die Steine haben Länge 2 und Breite 1 (oder umgekehrt).

Wie viele Möglichkeiten gibt es, einen solchen Weg der Länge n auszulegen?

n=1 :



n=2:



n=3 :

n=4 :

Warum sind hier wieder die Fibonacci – Zahlen die Lösung?

## Welche Chancen sehen Lehrer im Begründen? ( nach Katja Peterßen)

Folgende positiven Aspekte des Begründens wurden genannt:

- Es trägt zur Verständnisförderung bei: „Weil ich ja eigentlich will, dass sie alle Teile der Mathe nicht mechanisch machen, sondern das auch verstehen, was sie da machen, ist es eigentlich ständig notwendig, die Sachen zu begründen“, egal ob Schüler oder Lehrer diese begründen.
- Das Selbstwertgefühl der Schüler wird gestärkt, da einerseits Schüler mit weniger Erfolg in Arithmetik hier ihr logisches Denken zeigen können andererseits ermöglicht Begründen es, sich anderen - Kindern und Erwachsenen - gegenüber zu behaupten.
- Durch die notwendige Einhaltung von Gesprächsregeln beeinflusst Begründen positiv das soziale Lernen.

- Da Begründen überwiegend in verbaler Form stattfindet, kann so Sprachförderung betrieben werden.

- Begründungen von Schülern bieten dem Lehrer eine Diagnosemöglichkeit.
- Das Abgeben von Begründungen fördert die Motivation und die Freude der Schüler am Mathematikunterricht.
- Das Bild von Mathematik wird verändert, da Begründen dazu beiträgt, dass „Mathe aus diesem Abstraktionsfeld, nämlich Rechnen und Mathe und das hat nichts mit dem Leben zu tun, irgendwie rauskommt“.
- Begründen leistet einen Beitrag zur Erziehung zum mündigen Bürger.

## Wo sehen Lehrer Schwierigkeiten? (nach Katja Peterßen)

Probleme werden in folgenden Bereichen gesehen:

- Zeitdruck und Stofffülle stehen dem zeitaufwändigen Begründen im Weg, die Sicherung von Grundfertigkeiten steht im Vordergrund.
- Die Vorgaben des Bildungsplanes bzgl. der angestrebten Intention sind unklar.
- Nicht jedes Thema erscheint geeignet, z. B. „Sachen, die man nicht entdecken kann“ oder Arithmetik allgemein.
- Begründen wird an das Unterrichtsgespräch gebunden gesehen.
- Freiarbeit ist dazu zu sehr individualisiert.

Die Ausbildung der Lehrer ist diesbezüglich unzureichend, auch fehlen mathematische Grundlagen bei Lehrern und Schülern.

Den Schülern mangelt es an Motivation und Interesse.

Das Sprachvermögen vieler Kinder reicht dazu nicht aus.

Das herrschende Klassenklima schreckt Schüler ab, auch etwas Falsches zu sagen.

Die Heterogenität der Schüler bzgl. des Leistungsvermögens ist zu groß. Gerade schwache Schüler können nicht Begründen.

Kann man also den (künftigen und schon tätigen) Lehrkräften schmackhaft machen, dass es sich lohnt mit den Kindern nach Begründungen zu suchen?

Welche Art von Begründungen empfinden die Kinder selbst als Bereicherung?

Meine Erfahrungen mit Grundschulkindern und mit Grundschulstudierenden sind eher zwiespältig.